

Article type: Research Article

The Effect of an RTI-Based Instructional Program on Procedural Knowledge and Conceptual Understanding among Students with Mathematical Learning Disabilities

Mahdieh Babaei¹ , Siavash Talepasand^{2✉} , Mohammadagha Delavarpour³ 

1. Master's student in Educational Psychology, Faculty of Psychology and Educational Sciences, Semnan University, Semnan, Iran. E-mail: mahdieh-babaei@semnan.ac.ir
2. Corresponding author, Professor, Department of Educational Psychology, Faculty of Psychology and Educational Sciences, Semnan University, Semnan, Iran. E-mail: stalepasand@semnan.ac.ir
3. Assistant Professor, Department of Educational Psychology, Faculty of Psychology and Educational Sciences, Semnan University, Semnan, Iran. E-mail: adelavarpour@semnan.ac.ir

Article Info

Article history:

Received 12 July 2025

Revised form 18 January 2026

Accepted 3 March 2026

Keywords:

Mathematical Learning Disability,
Response to Intervention,
Procedural Knowledge,
Conceptual Understanding.

ABSTRACT

Objective: The present study aimed to determine the effectiveness of an RTI-based instructional program in improving procedural knowledge and conceptual understanding in students with mathematical learning disabilities.

Methods: This research employed a quasi-experimental design with a pretest–posttest–follow-up and a control group. The statistical population consisted of fourth-grade male students with mathematical learning disabilities in Semnan during the 2023–2024 academic year. A voluntary sampling method was used, and after screening, 16 students were randomly assigned to the experimental and control groups (8 students in each group). The experimental group received an instructional program based on RTI over 18 thirty-five-minute sessions across six weeks, whereas the control group received a lower-intensity version over 5 sessions. Procedural knowledge and conceptual understanding were measured at three time points, and data were analyzed using repeated-measures MANOVA.

Results: The findings showed that the average scores of the experimental group compared to the control group in problem solving and addition, subtraction, multiplication, and division scores not only increased significantly in the post-test, but also the effects were stable until follow-up.

Conclusions: The RTI-based instructional approach is effective in improving procedural knowledge and conceptual understanding among students with mathematical learning disabilities and can be utilized in instructional programs tailored to their needs.

Cite this article: Babaei, M., Talepasand, S., & Delavarpour, M. A. (2026). The Effect of an RTI-Based Instructional Program on Procedural Knowledge and Conceptual Understanding in Students with Mathematical Learning Disabilities. *Cognit Strateg Learn*, 14(26), 57-74. <https://doi.org/10.22084/j.psychogv.2026.31128.2803>



This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/).
Copyright © 2024 The Authors.

Publisher: Bu-Ali Sina University.

Extended Abstract

1. Introduction

In real-world scenarios, students often face challenges not predicted in textbooks, requiring creative thinking beyond conventional methods (Li, 2023). Mathematical thinking is a vital competence for life and a key educational goal worldwide (Ineson & Povey, 2020; Goos & Kaya, 2019). This study focuses on students with mathematical learning disabilities (MLD), which affect approximately 2.3% of the student population (Alipoor et al., 2012). These students struggle with applying mathematical skills even after receiving remedial instruction and educational support, these students continue to experience persistent difficulties in transferring mathematical knowledge to novel situations. This research examines how the "Pirate Math Equation Quest" (PMEQ) intervention program can enhance both procedural knowledge and conceptual understanding in students with MLD, focusing on explicit instruction, modeling, feedback, and gradual content breakdown (Fuchs et al., 2021; Powell et al., 2021).

2. Materials and Methods

A quasi-experimental pretest–posttest follow-up design with a control group, was utilized. The statistical population comprised all fourth-grade boys with MLD in Semnan (2023–2024 academic year). Sixteen participants were selected via voluntary sampling based on inclusion criteria: MLD diagnosis (≥ 22 -point standard score discrepancy on KeyMath-Revised Diagnostic Assessment; Connolly, 1988), $IQ \geq 85$ (Wechsler Intelligence Scale-V; Wechsler, 2014), ≥ 26 on the Wepman Auditory Discrimination Test (Wepman, 1987), ≥ 85 on the Frostig Developmental Test of Visual Perception (Frostig, 1963), subclinical scores on the Child Symptom Inventory-4 (CSI-4; Gadow & Sprafkin, 1994), and no comorbid disorders (per educational records). Instruments included: Wechsler Scale-V (reliability 0.75–0.92; Karami et al., 2020), KeyMath-Revised (reliability 0.84–0.98; Mohammad Esmaeil & Homan, 2003), CSI-4 (reliability 0.90; Tavakkolizadeh et al., 1996), Wepman Test (reliability 0.79; Narimani & Rajabi, 2005), and Frostig Test (reliability 0.67; Kord Noqabi & Dortaj, 2007). The experimental group ($n=8$) received 18 PMEQ sessions (35 minutes/session, 3 sessions/week), while the control group ($n=8$) received a low-intensity version (5 sessions). The intervention incorporated explicit instruction in counting strategies (Powell et al., 2021), schema-based problem solving using four major schemas (total, difference, change, and equal groups), the RUN attack strategy (Peltier et al., 2022), and the concrete–representational–abstract (CRA) instructional sequence (Powell et al., 2020a). Assessments comprised KeyMath-3 Diagnostic Assessment subtests (addition, subtraction, multiplication, division, word problems) at pretest, posttest, and 1-month follow-up. Data were analyzed using doubly multivariate repeated-measures MANOVA with Huynh-Feldt adjustment for word problems (Tabachnick & Fidell, 2019) in SPSS₂₆.

3. Results

The mean scores of the experimental group showed a significant increase in post-test and follow-up. The post-test results had a significant impact on the variables of addition ($\eta^2 = 0.67$), subtraction ($\eta^2 = 0.80$), multiplication ($\eta^2 = 0.64$), division ($\eta^2 = 0.73$), and problem solving ($\eta^2 = 0.91$). Also, the effect of the intervention one month later on the variables of addition ($\eta^2 = 0.72$), subtraction ($\eta^2 = 0.89$), multiplication ($\eta^2 = 0.53$), division ($\eta^2 = 0.80$), and problem solving ($\eta^2 = 0.85$) was stable. Statistical and descriptive assumptions were checked. Normal distribution was established. Homogeneity of variance was checked with the Levene's test, which was true for all variables. Mauchly's sphericity test showed

that the sphericity assumption was established for addition, subtraction, multiplication, and division. The between-group effect (Pillai's Trace=0.95, $F(5,10) = 38.02$, $p < 0.05$, $\eta^2 = 0.95$) was significant. The within-group effect (time) (Pillai's Trace=0.99, $F(10,5) = 517.21$, $p < 0.05$, $\eta^2 = 0.99$) was significant. The interaction effect of group $\times$ time (Pillai's Trace=0.99, $F(10,5) = 114.86$, $p < 0.05$, $\eta^2 = 0.99$) was also significant. All pairwise comparisons between groups were significant at posttest and follow-up.

4. Discussion and Conclusion

The PMEQ intervention significantly improved the procedural and conceptual knowledge of students with MLD. This study supports international evidence that structured interventions like PMEQ are effective in improving math performance in students with mathematical learning disabilities (Powell et al., 2020; Stevens, 2022). The use of multi-modal representations, including tools, symbols, and images, helped students better understand mathematical structures and solve word problems. The combination of explicit instruction, schema-based problem-solving, and gradual practice also increased student motivation and reduced math anxiety. These results align with studies by Lin & Powell (2023), showing the sustainability of learning and the importance of schema-based strategies in improving math understanding.

The research contributes to the Iranian educational system by demonstrating the effectiveness of explicit, structured interventions for students with MLD. It suggests that the PMEQ program can be used to improve both procedural and conceptual knowledge, offering a promising approach for enhancing math education in schools and learning disability centers.

5. Ethical Considerations

Compliance with ethical guidelines: All ethical principles were observed in this study. Participants entered the intervention program with informed consent from both their parents and themselves. They were fully informed about the intervention process, including its purpose and procedures, and were assured that they could withdraw from the study at any time without any consequences. Participants were kept informed about the results of the assessments throughout the study. At the end of the follow-up period, the intervention was also provided in full to the control group to ensure that all students received the necessary support.

Funding: This research did not receive any grant from funding agencies in the public, commercial, or non-profit sectors.

Authors' contributions: All authors have participated in the design, implementation and writing of all sections of the present study.

Conflicts of interest: The authors declared no conflict of interest.

تأثیر برنامه آموزشی مبتنی بر رویکرد پاسخ به مداخله بر دانش رویه‌ای و درک مفهومی در دانش‌آموزان با اختلال یادگیری ریاضی

مهديه بابايي^۱، سیاوش طالع پسند^۲، محمدآقا دلاورپور^۳

۱. دانشجوی کارشناسی ارشد روانشناسی تربیتی، دانشکده روانشناسی و علوم تربیتی، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران. رایانامه: mahdieh-babaei@semnan.ac.ir
۲. نویسنده مسئول، استاد، گروه روان‌شناسی تربیتی، دانشکده روانشناسی و علوم تربیتی، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران. رایانامه: stalepasand@semnan.ac.ir
۳. استادیار، گروه روان‌شناسی تربیتی، دانشکده روانشناسی و علوم تربیتی، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران. رایانامه: adelavarpour@semnan.ac.ir

اطلاعات مقاله	چکیده
تاریخچه مقاله:	هدف: پژوهش حاضر با هدف تعیین اثربخشی برنامه آموزشی مبتنی بر رویکرد پاسخ به مداخله بر بهبود دانش رویه‌ای و درک مفهومی دانش‌آموزان با اختلال یادگیری ریاضی انجام شد.
تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۴/۲۱	روش: این پژوهش به صورت نیمه‌آزمایشی از نوع پیش‌آزمون - پس‌آزمون - پیگیری با گروه کنترل انجام شد. جامعه آماری شامل دانش‌آموزان پسر پایه چهارم ابتدایی با اختلال یادگیری ریاضی در شهر سمنان در سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴ بود. نمونه‌گیری به صورت داوطلبانه انجام شد و پس از غربالگری، ۱۶ دانش‌آموز به طور تصادفی در دو گروه آزمایش و کنترل (هر گروه ۸ نفر) قرار گرفتند. گروه آزمایش طی شش هفته در ۱۸ جلسه ۳۵ دقیقه‌ای تحت برنامه آموزشی قرار گرفت؛ و گروه کنترل فعال با هدف کنترل اثرات غیراختصاصی فقط پنج جلسه آموزشی با شدت کمتر دریافت کرد. دانش رویه‌ای و درک مفهومی در سه مرحله سنجیده شد و داده‌ها با آزمون واریانس چند متغیری با اندازه‌گیری‌های مکرر تحلیل شدند.
تاریخ بازنگری: ۱۴۰۴/۱۰/۲۸	یافته‌ها: یافته‌ها نشان داد که میانگین نمرات گروه آزمایش در مقایسه با گروه کنترل در حل مسئله و نمرات جمع، تفریق، ضرب و تقسیم در پس‌آزمون به طور معناداری افزایش یافت؛ و اثرات آن تا پیگیری پایدار بود ($P < 0/001$).
تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۱۲/۱۲	نتیجه‌گیری: این رویکرد در ارتقای دانش رویه‌ای و درک مفهومی دانش‌آموزان با اختلال یادگیری ریاضی مؤثر است و می‌تواند در برنامه‌های آموزشی متناسب با نیازهای آنان به کار گرفته شود.
کلیدواژه‌ها: اختلال یادگیری ریاضی، پاسخ به مداخله، دانش رویه‌ای، درک مفهومی.	

۱. مقدمه

دانش‌آموزان در دنیای واقعی با موقعیت‌هایی مواجه می‌شوند که در کتاب‌های درسی پیش‌بینی نشده‌اند؛ و برای حل این مسائل نیازمند تفکر خلاق و خارج از چهارچوب هستند (لی^۱، ۲۰۲۳). تفکر ریاضی یکی از شایستگی‌های اساسی مورد نیاز زندگی است (اینسون و پووی^۲، ۲۰۲۰)؛ و به‌عنوان یکی از اهداف کلیدی نظام‌های آموزشی در سراسر جهان مطرح می‌شود (گوس و کایا^۳، ۲۰۱۹). مطابق با دیدگاه سازنده‌گرایی^۴، تقویت این تفکر از طریق تعامل فعال یادگیرندگان با محتوا و بازسازی دانش صورت می‌گیرد (چایارووت و همکاران^۵، ۲۰۲۵). با این حال طی فرآیندهای فعال، رشد و گسترش تفکر ریاضی بعضی از دانش‌آموزان به دلیل محدودیت‌های شناختی یا رشدی دچار مشکل می‌شود؛ و این امر موجب اختلال ریاضی می‌شود (انجمن روان‌پزشکی آمریکا^۶، ۲۰۲۲).

شیوع اختلال ریاضی در دانش‌آموزان کشور در دامنه‌ای بین ۰/۵ تا ۲/۳ درصد گزارش شده است (طالع پسند و همکاران، ۲۰۲۵؛ علیپور و همکاران، ۲۰۱۲). البته بعضی از این دانش‌آموزان، به‌صورت رسمی شناسایی نمی‌شوند و جز آمار نیستند (نلسون و پاول^۷، ۲۰۱۸). این اختلال یکی از انواع اختلالات رشدی-عصبی است؛ که در آن مشکلات یادگیری و به‌کارگیری مهارت‌های تحصیلی حتی با وجود اقدامات جبرانی، حداقل به‌مدت شش ماه ادامه می‌یابد (انجمن روانشناسی آمریکا، ۲۰۲۲). از منظر نظریه پردازش اطلاعات، بخشی از مشکلات دانش‌آموزان با اختلال یادگیری ریاضی به ضعف در فرآیندهای شناختی، رمزگذاری روابط ریاضی و ذخیره‌سازی اطلاعات عددی مربوط است، که موجب دشواری در انجام محاسبات و رویه‌های ریاضی می‌شود (نور و همکاران^۸، ۲۰۲۴). در حالی که از منظر نظریه انتقالی یادگیری^۹، این دانش‌آموزان در انتقال مفاهیم و برقراری ارتباط بین مسائل جدید و آموخته‌های گذشته دچار مشکل هستند (کیم و همکاران^{۱۰}، ۲۰۲۲).

بنابراین یادگیری مؤثر ریاضی نیازمند رشد و تعامل هم‌زمان دانش رویه‌ای^{۱۱} و درک مفهومی^{۱۲} است (پردیگر و همکاران^{۱۳}، ۲۰۲۲). دانش رویه‌ای به توانایی اجرای مراحل، الگوریتم‌ها و فرآیندهای مشخص برای حل مسائل اشاره دارد (دورنر و همکاران^{۱۴}، ۲۰۲۴). درک مفهومی نیز بیانگر توانایی درک عمیق مفاهیم، اصول و روابط ریاضی است (گوس و کایا، ۲۰۱۹). تعامل این دو حوزه، موجب شکل‌گیری استراتژی‌های جدید، انتخاب روش‌های مناسب و حل مسائل پیچیده از جمله مسائل کلامی می‌شود (برایت‌ویت و لی^{۱۵}، ۲۰۲۱). دانش‌آموزان دارای اختلال یادگیری ریاضی، در این دو حوزه دچار مشکل هستند؛ و پیامد حاصل از این ضعف به‌تدریج از بین نمی‌رود؛ و در صورت فقدان حمایت آموزشی موثر، شکاف‌های عملکردی دانش‌آموزان با اختلال یادگیری ریاضی پایدار مانده یا حتی افزایش می‌یابد (کوپونن و همکاران^{۱۶}، ۲۰۱۸). ازاین‌رو، طراحی و اجرای مداخلات آموزشی مؤثر در مراحل اولیه رشد تحصیلی این دانش‌آموزان از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است (عطادخت و همکاران، ۲۰۱۸).

1. Li
2. Ineson & Povey
3. Goos & Kaya
4. Constructivism
5. Chairwut & et al
6. American Psychiatric Association (APA)
7. Nelson & Powell
8. Nur & et al
9. Transfer of learning
10. Kim & et al
11. procedural
12. conceptual
13. Prediger & et al
14. Dorner & et al
15. Braithwaite & Lee
16. Koponen & et al

در سال‌های اخیر، مداخلات متعددی در حوزه ریاضیات توسعه یافته است؛ از جمله مداخلات هدفمند ریاضی^۱، فن‌آوری‌های تحریک مغزی غیرتهاجمی^۲، مداخلات رفتاری و روانی^۳، مداخلات دارویی^۴ و مداخله چند جزئی^۵ (فرلونگ و همکاران^۶، ۲۰۱۶). این پژوهش با توجه به اهمیت دسترسی‌پذیری، اثربخشی و هماهنگی مداخله با سطح عملکرد اولیه دانش‌آموزان (فريتز و همکاران^۷، ۲۰۱۹)، بر یک مداخله هدفمند آموزشی مبتنی بر سطح سوم رویکرد پاسخ به مداخله^۸ (RTI) تمرکز دارد. این سطح شامل مجموعه‌ای از مداخلات فشرده است که برای دانش‌آموزان نیاز به حمایت فوری مناسب است؛ و مبتنی بر ارزیابی مستمر، آموزش صریح و برنامه‌های یادگیری فردی است (کووالسکی^۹ و همکاران، ۲۰۲۲).

در این پژوهش مداخله «جستجوی معادله ریاضی به مثابه دزد دریایی»^{۱۰} (PMEQ) که جز مداخلات سطح سوم است، مورد مطالعه قرار گرفته است. این مداخله توسط پاول و بری^{۱۱} (۲۰۱۹) برای تقویت دانش رویه‌ای و درک مفهومی مبتنی بر آموزش صریح طراحی و بر مدل‌سازی، تمرین هدایت‌شده، بازخورد فوری و گام به گام کردن محتوا تأکید دارد (فاکس و همکاران^{۱۲}، ۲۰۲۱). این امر بر اساس نظریه بار شناختی، منجر به مدیریت بار شناختی و بهبود یادگیری می‌شود (کاستلی و همکاران^{۱۳}، ۲۰۲۴). در این مداخله برای تقویت دانش رویه‌ای از راهنماهای شمارشی^{۱۴} و تمرین‌های مکرر به‌منظور بازیابی روان استفاده شده است؛ تا دانش‌آموزان بتوانند الگوریتم‌های کارآمدتر را انتخاب کنند (پاول و همکاران، ۲۰۲۱). برای تقویت درک مفهومی نیز مطابق با نظریه یادگیری فعال^{۱۵} از رویکرد مجسم-نیمه مجسم-انتزاعی^{۱۶} بهره گرفته شده است (پاول و همکاران، ۲۰۲۰الف). همچنین مطابق با نظریه آموزش طرحواره^{۱۷}، این مداخله با آموزش طرحواره‌ها به دانش‌آموزان این امکان را می‌دهد که مسائل ریاضی مختلف را در قالب طرحواره‌های شناختی که از پیش آموخته و تمرین شده، شناسایی و مسائل را حل کنند (نلسون، ۲۰۲۲). بنابراین این فرایند، نقش مهمی در حل مسئله و اثربخشی مداخله دارد (کوک و همکاران^{۱۸}، ۲۰۱۹). علاوه بر این، مطابق با نظریه یادگیری خودتنظیمی^{۱۹}، این مداخله با کمک سکه، نقشه گنج (برای ثبت امتیاز) و قوانین، نقش مهمی در بهبود خود تنظیمی و در نتیجه آموزش مدیریت شناخت، احساسات و رفتار به دانش‌آموزان دارد (ووسنیادو و همکاران^{۲۰}، ۲۰۲۴). با این حال، بهره‌گیری از این رویکردها برای دانش‌آموزان با اختلال یادگیری ریاضی مستلزم آموزش متمرکز و فشرده در قالب گروه‌های کوچک یا جلسات فردی است؛ و دانش‌آموزان با اختلال یادگیری ریاضی بدون دریافت آموزش فشرده در قالب گروه‌های کوچک یا جلسات فردی، بهبود معناداری را تجربه نمی‌کنند (میسون و همکاران^{۲۱}، ۲۰۱۹). با توجه به پیامدهای آموزشی، اجتماعی و روانی این اختلال از جمله بروز درماندگی آموخته‌شده و اضطراب ریاضی، طراحی و اجرای مداخلات اثربخش برای ارتقای پیشرفت تحصیلی و سلامت روان این دانش‌آموزان ضروری است (بیرامی و همکاران، ۲۰۲۴).

شواهد بین‌المللی، اثربخشی مداخله PQME را در بهبود عملکرد ریاضی تأیید کرده‌اند. پاول و همکاران (۲۰۲۰الف) گزارش کردند که استفاده از طرحواره‌ها و راهنماهای حل مسئله، موجب بهبود عملکرد کلامی دانش‌آموزان با اختلال یادگیری ریاضی

1. Targeted mathematics interventions
2. Non-invasive brain stimulation (NIBS) technologies
3. Behavioral and psychological interventions
4. Pharmacological interventions
5. Multi-component interventions
6. Furlong & et al
7. Fritz & et al
8. Respond to Intervention (RTI)
9. Kovalski
10. Pirate Math Equation Quest (PMEQ)
11. Berry
12. Fuchs & et al
13. Costley & et al
14. counting up
15. Constructivist Learning Theory
16. concrete-representational-abstract (C-R-A) framework
17. Schema-Based Instruction
18. Cook & et al
19. Self-Regulated Learning Theory
20. Vosniadou & et al
21. Mason & et al

می‌شود. لین^۱ و پاول (۲۰۲۳) نیز نشان دادند که PQME، پایداری یادگیری و تمایل به استفاده از راهبردهای مفهومی را افزایش می‌دهد. استیونز^۲ (۲۰۲۲) بیان کرد که افزودن آموزش صریح واژگان طرحواره‌ای به مداخله دزد دریایی درک ساختار مسائل را تقویت می‌کند. همچنین پژوهش‌های پاول و همکاران (۲۰۱۹؛ الف؛ ۲۰۲۰) اثربخشی PQME را در بهبود عملیات ریاضی، درک علامت مساوی و حل مسائل کلامی نشان داده است.

در ایران زراعتی ایده‌لو و همکاران (۱۳۹۷) نشان دادند که مداخله سطح سوم مبتنی بر آموزش مرحله به مرحله موجب بهبود مؤلفه‌های مفهومی، عملیاتی و کاربردی ریاضی می‌شود. همچنین امین‌آبادی و همکاران (۱۴۰۰) گزارش کردند که RTI برای بخش قابل توجهی از دانش‌آموزان با ضعف ریاضی اثربخش است. این یافته‌ها ضرورت استفاده از مداخلات فشرده، هدفمند و مبتنی بر آموزش صریح را در سیستم آموزشی ایران تقویت می‌کند.

با وجود شواهد بین‌المللی گسترده درباره اثربخشی جستجوی معادله ریاضی به مثابه دزد دریایی، تاکنون هیچ پژوهش داخلی این مداخله را به صورت نظام‌مند بررسی نکرده است. همچنین نقش این مداخله بر بهبود دانش رویه‌ای و درک مفهومی بررسی نشده است. بنابراین، این پژوهش با هدف بررسی تأثیر مداخله جستجوی معادله ریاضی به مثابه دزد دریایی بر دانش رویه‌ای و درک مفهومی دانش‌آموزان با اختلال یادگیری ریاضی انجام شد؛ تا امکان استفاده از این مداخله در مدارس و مراکز اختلال یادگیری بررسی شود.

۲. روش پژوهش

پژوهش حاضر، با طرح نیمه‌آزمایشی پیش‌آزمون-پس‌آزمون-پیگیری با گروه کنترل انجام شد. جامعه آماری پژوهش حاضر شامل دانش‌آموزان با اختلال یادگیری ریاضی پایه چهارم شهر سمنان در سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ بود. پس از مراجعه به معاونت ابتدایی آموزش و پرورش شهرستان سمنان و هماهنگی با مدیران مدارس، دو مدرسه با میانگین عملکرد ریاضی پایین‌تر برای انجام پژوهش انتخاب شدند. با مراجعه به مدارس براساس معیارهای ورود با استفاده از نمونه‌گیری داوطلبانه، ۱۶ دانش‌آموز پسر انتخاب شدند؛ و به صورت تصادفی و مساوی در دو گروه آزمایش و کنترل (هر گروه ۸ نفر) قرار گرفتند. شناسایی دانش‌آموزان براساس معیارهای اختلال یادگیری خاص در راهنمای تشخیصی و آماری اختلال‌های روانی - ویرایش پنجم - متن تجدیدنظرشده^۳ (انجمن روانپزشکی آمریکا، ۲۰۲۲) صورت گرفت. با توجه به لزوم تداوم مشکلات ریاضی، حداقل طی شش ماه با وجود آموزش‌های کمکی، دانش‌آموزان پایه چهارم انتخاب شدند؛ تا از پایداری مشکلات در حوزه درک مفهومی و دانش رویه‌ای اطمینان حاصل شود. در گروه‌های آزمایش و کنترل، آزمون کی‌مت در خرده‌آزمون‌های جمع، تفریق، ضرب، تقسیم و حل مسئله به عنوان پیش‌آزمون (قبل از شروع جلسات مداخله)، پس‌آزمون (بعد از پایان جلسات مداخله) و پیگیری (یک ماه بعد از پایان جلسات مداخله) اجرا و نتایج جمع‌آوری شد. ابتدا پیش‌آزمون در دو گروه اجرا شد. سپس گروه آزمایش، طبق دستورالعمل مداخله، در دو گروه کوچک (چهار نفره) طی شش هفته در ۱۸ جلسه ۳۵ دقیقه‌ای مداخله را به صورت کامل دریافت کردند. گروه کنترل فعال، در یک گروه هشت نفره، این مداخله را با شدت کمتر طی پنج جلسه ۳۵ دقیقه‌ای دریافت کرد. با این روش عواملی مانند توجه پژوهشگر، صرف زمان و انتظارات شرکت‌کنندگان کنترل شد؛ لذا هر تفاوت معنادار بین گروه آزمایش و کنترل را می‌توان با اطمینان بیشتری به «مؤلفه‌های منحصر به فرد و شدت مداخله اصلی» نسبت داد. این طرح از «اعتبار درونی مطالعه» در برابر تهدیداتی مانند «اثر پلاسیبو» یا «اثر توجه» محافظت می‌کند. بعد از پایان جلسات، در گروه آزمایش و کنترل پس‌آزمون اجرا شد. همچنین، یک ماه بعد از اجرا پس‌آزمون، پیگیری انجام و داده‌ها جمع‌آوری شد.

ملاک‌های ورود به پژوهش، عدم وجود مشکلات در حوزه‌های هوشی در آزمون هوش و کسلر کودکان-نسخه پنجم^۴ (۲۰۱۴)، شنوایی در آزمون تمایز شنیداری وپمن^۵ (۱۹۸۷)، دیداری-حرکتی در آزمون رشد ادراک دیداری فراستیگ^۶ (۱۹۶۳) و رفتاری در

1. Lin

2. Stevens

3. Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders, Fifth Edition, Text Revision (DSM-5-TR)

4. Wechsler intelligence scale for children-V

5. Auditory Discrimination Test (ADT) – Wepman

6. Frostig Developmental Test of Visual Perception

آزمون پرسشنامه‌ی علائم مرضی کودکان-نسخه‌ی چهارم^۱ (۱۹۹۴)؛ عدم وجود عوامل زمینه‌ساز فقر آموزشی مثل وضعیت خانوادگی با توجه به پرونده تحصیلی دانش‌آموزان؛ همچنین، افت عملکرد دو پایه تحصیلی در ریاضیات یا تفاوت ۲۲ نمره استاندارد در آزمون ریاضی کی‌مت بود. ملاک‌های خروج شامل غیبت بیش از دو جلسه و ابتلا به بیماری حاد پزشکی بود. تمامی اصول اخلاقی شامل رضایت والدین، آگاهی از روند پژوهش، امکان خروج داوطلبانه و ارائه نتایج ارزیابی رعایت شد؛ و پس از دوره پیگیری، مداخله برای گروه کنترل نیز به‌طور کامل ارائه گردید.

۱-۲. ابزار گردآوری داده‌ها

۱. آزمون هوش و کسلر کودکان-ویرایش پنجم: نسخه اول مقیاس هوش عمومی و کسلر مختص کودکان در سال ۱۹۴۹ توسط وکسلر ساخته شد؛ و در سال ۲۰۱۴ توسط کاپلان^۲، نسخه پنجم تکمیلی مقیاس‌های هوش و کسلر کودکان طراحی و استاندارد شد. این آزمون ابزاری استاندارد برای سنجش توانایی‌های شناختی کودکان ۶ تا ۱۶ سال است (کرمی و همکاران، ۱۳۹۹). در این پژوهش، این آزمون در دو جلسه ۴۵ دقیقه‌ای، به‌منظور رد مشکلات هوشی مورد استفاده قرار گرفت؛ و حداقل هوشبهر قابل قبول برای ورود به پژوهش ۸۵ در نظر گرفته شد. در نسخه هنجاری ایران ضرایب پایایی خرده‌آزمون‌ها بین ۰/۷۵ تا ۰/۹۲ و روایی ملاکی با وکسلر کودکان ویرایش چهارم بین ۰/۶۰ تا ۰/۷۲ گزارش شد (شیری امینلو و همکاران، ۱۴۰۱). بر اساس نسخه اصلی انگلیسی، شاخص‌های آزمون دارای پایایی بالا (حدود ۰/۸۸ تا ۰/۹۷) است (واتکینز^۳، ۲۰۲۲)؛ همچنین این آزمون روایی سازه بالایی برای ارزیابی هوش عمومی دارد (کانوئیز و همکاران^۴، ۲۰۱۸).

۲. آزمون تمایز شنیداری وپمن: این آزمون نخستین‌بار در سال ۱۹۵۸ توسط وپمن طراحی شد؛ و در سال‌های ۱۹۷۳ و ۱۹۸۷ مورد تجدیدنظر قرار گرفت. این آزمون، ابزاری برای ارزیابی توانایی شنوایی و تمایز واجی در کودکان است (بختیاری و همکاران، ۱۳۹۱). در این پژوهش، این آزمون به‌مدت ۲۰ دقیقه، به‌منظور رد مشکلات شنوایی مورد استفاده قرار گرفت؛ و حداقل نمره قابل پذیرش برای شرکت در پژوهش نمره ۲۶ در نظر گرفته شد. پایایی نسخه‌های هم‌ارز آزمون وپمن در ایران توسط نریمانی و رجبی (۱۳۸۴) ۰/۷۹ گزارش شده است؛ همچنین، روایی همگرایی آزمون وپمن با آزمون‌های مشابه برای سنجش تمایز شنوایی برابر با ۰/۷۵ گزارش شده است. پایایی آزمون-بازآزمون در نسخه اصلی بین ۰/۷۸ تا ۰/۸۱ گزارش شده است (رینولدز و روبین^۵، ۱۹۸۷). اما روایی قوی و همگرا برای این آزمون گزارش نشده است (بونتress^۶، ۱۹۸۴).

۳. پرسشنامه‌ی علائم مرضی کودکان-ویرایش چهارم: یک ابزار درجه‌بندی رفتاری است که توسط گادو و اسپرافکین^۷ (۱۹۸۴) طراحی و در نسخه چهارم (۱۹۹۴) به‌روزرسانی شد؛ و برای غربال ۱۸ اختلال هیجانی و رفتاری در کودکان ۵ تا ۱۲ سال به‌کار می‌رود. در این پژوهش، دو فرم این پرسشنامه به‌مدت ۳۰ دقیقه، به‌منظور رد احتمال مشکلات رفتاری و ارزیابی عملکرد کودکان مورد استفاده قرار گرفت. این ابزار شامل دو فرم والد و معلم است. در پژوهش توکلی‌زاده (۱۳۷۵)، اعتبار این پرسشنامه برای فرم والد ۰/۹۰ و برای فرم معلم ۰/۹۳ گزارش شده است. در نسخه اصلی، اعتبار CSI-4 با روایی همگرایی بالا تایید و پایایی درونی آزمون در حدود ۰/۷۵ تا ۰/۹۲ گزارش شده است (اسپرافکین و همکاران، ۲۰۰۲).

۴. آزمون رشد ادراک دیداری فراستیک: آزمون رشد ادراک دیداری فراستیک، توسط فراستیک در سال ۱۹۶۳ به‌منظور ارزیابی ادراک بینایی و فضایی طراحی شد (کرد نوقایی و درتاج، ۱۳۸۸). در این پژوهش، این آزمون به‌مدت ۴۵ دقیقه، به‌منظور رد مشکلات دیداری-ادراکی مورد استفاده قرار گرفت؛ و حداقل نمره قابل پذیرش برای شرکت در این پژوهش ۸۵ در نظر گرفته شد. در پژوهش کرد نوقایی و درتاج (۱۳۸۸)، ضریب پایایی آزمون فراستیک با استفاده از روش بازآزمایی برای نمره کل آزمون بین ۰/۶۹ تا ۰/۹۸ گزارش شده است. روایی ملاکی آزمون از طریق همبستگی نمرات آزمون با نمرات دروس ریاضی، خواندن و دیکته بررسی شد. ضرایب همبستگی برای نمره کل و خرده‌آزمون‌های هماهنگی حرکتی چشم، شکل، زمینه و ثبات شکل غیرمعنادار

1. Child Symptom Inventory – Fourth Edition (CSI-4)

2. Kaplan

3. Watkins

4. Canivez et al

5. Reynolds & Rubin

6. Bountress

7. Gadow & Sprafkin

بود، اما برای خرده‌آزمون‌های وضعیت در فضا و روابط فضایی در سطح ۰/۰۵ معنادار بود. در نسخه اصلی این آزمون، پایایی ۰/۸۰ همراه با روایی بالا گزارش شده‌است (فراسیتیگ، ۱۹۶۳).

۵. آزمون تشخیصی ریاضی کی‌مت-نسخه‌ی اصلاح شده: این آزمون در سال ۱۹۸۶-۱۹۸۵ توسط کنولی^۱ طراحی و در ۱۹۸۸ تجدید نظر شد؛ و برای شناسایی نارسایی‌های یادگیری ریاضی در سه حوزه مفاهیم، عملیات و کاربرد به کار می‌رود (محمداسماعیل و هومن، ۱۳۸۱). در این پژوهش، این آزمون در دو جلسه ۳۰ دقیقه‌ای به منظور ارزیابی دانش رویه‌ای (خرده‌آزمون‌های جمع، تفریق، ضرب و تقسیم) و درک مفهومی (خرده‌آزمون حل مسئله) اجرا شد. پایایی آزمون در پژوهش محمداسماعیل و هومن (۱۳۸۱) با استفاده از روش آلفای کرونباخ در پایه‌های مختلف ابتدایی بین ۰/۸۴ تا ۰/۹۸ برآورد شد. همچنین، روایی محتوایی و سازه این آزمون تایید شده است. در نسخه اصلی، پایایی آزمون کی-مت بین ۰/۹۰ تا ۰/۹۸ گزارش شده است؛ همچنین، روایی سازه و ملاکی بالا برای زیر مقیاس‌ها گزارش شده است (کنولی، ۱۹۸۸).

مداخله جستجوی معادله ریاضی به مثابه دزد دریایی: این مداخله به صورت یک برنامه آموزشی مبتنی بر اصول رویکرد پاسخ به مداخله در قالب ۱۸ جلسه ۳۵ دقیقه‌ای، طی شش هفته و به صورت سه جلسه در هفته به منظور بهبود درک مفهومی و دانش رویه‌ای اجرا گردید. طی جلسات مداخله، ارتقای درک مفهومی مبتنی بر آموزش طرحواره‌ها (کل، تفاوت، تغییرات و گروه‌های برابر) با استفاده از کلمه کلیدی^۲ (پلتیر و همکاران^۳، ۲۰۲۲)، سوال‌های شفاهی و حرکات دست صورت گرفت (پاول و بری، ۲۰۱۹). بعد از تشخیص نوع طرحواره، از پوستر مربوط به مراحل هر طرحواره استفاده شد تا دانش‌آموزان توالی را دنبال کنند. همچنین به منظور داربست‌سازی فعالیت‌ها توسط مداخله‌گر در قالب سلسله‌ای از «من انجام می‌دهم، ما انجام می‌دهیم، شما انجام می‌دهید» صورت گرفت (پاول و همکاران، ۲۰۱۹ب). طی مداخله، بهبود دانش رویه‌ای از طریق استراتژی شمارشی افزایشی و کاهششی، الگوی مجسم-نیمه مجسم-انتزاعی در معادله، و تمرین مکرر حقایق ریاضی و محاسبات ریاضی صورت گرفت (پاول و همکاران، ۲۰۲۰الف). فعالیت‌ها در تمامی جلسات مداخله با ساختار ثابت پیش رفت؛ تا امکان برنامه ریزی، سازماندهی و خود تنظیمی ایجاد، و همچنین اهداف به صورت پیوسته دنبال شود (پاول و همکاران، ۲۰۲۲الف). فعالیت‌ها در هر جلسه عبارتند از: کارت‌های حقایق ریاضی، کارت‌های گروه‌بندی و فعالیت مسائل دزد دریایی (پاول و همکاران، ۲۰۱۹الف). خلاصه‌ای از محتوای فعالیت‌ها در جلسات مداخله برای گروه آزمایش در جدول ۱ بیان شده است. گروه کنترل فعال فقط پنج جلسه از مداخلات اصلی را دریافت کردند. این پنج جلسه شامل جلسات ۱، ۲، ۴، ۷ و ۸ از برنامه مداخله اصلی بود؛ که در گروه کنترل، صرفاً آشنایی غیرمنسجم با روند مداخله، بعضی مفاهیم و استراتژی‌ها را ایجاد کرد.

جدول ۱. ساختار فعالیت‌های انجام شده در جلسات مداخله

جلسه	کارت حقایق ریاضی (۲ دقیقه)	کارت‌های گروه‌بندی (۳ دقیقه)	مسائل ریاضی دزد دریایی (۳۰ دقیقه)
اول	جمع و تفریق تکریمی برای افزایش سرعت و دقت	-	آموزش مفهوم معادله با کمک چینه، آموزش استراتژی RUN* برای معرفی مراحل حل مسئله و طرحواره کل «کل = بخش دوم + بخش اول» با کمک حرکات دست و سوال شفاهی
دوم	مرور فلش کارت‌های جلسه قبل و شمارش افزایشی و کاهششی	تشخیص کارت‌ها	حل معادلات جمع با کمک چینه و رسم شکل، مرور طرحواره کل و کلمه کلیدی (کلمات کمکی برای تشخیص نوع طرحواره؛ برای مثال کلمه مجموع در اغلب موارد بیانگر طرحواره کل)، و حل مسائل کل سه و چهار بخشی «کل = بخش سوم + بخش دوم + بخش اول» و به دست آوردن مجموع (کل)
سوم	تمرین جمع و تفریق دو رقمی و شمارش سریع	شناسایی کارت‌ها	حل معادلات جمع دارای مجهول با روش‌های انتزاعی، به دست آوردن یکی از بخش‌های کل به عنوان مجهول حل معادلات تفریق با چینه، معرفی طرحواره تفاوت
چهارم	مرور فلش کارت‌ها	تشخیص کارت‌های کل	«تفاوت = کوچک‌تر - بزرگ‌تر»، و معرفی کلمه کلیدی «بزرگ‌تر و کوچک‌تر»

1. Connolly
2. Key words
3. Peltier et al
4. Read-Underline-Name

پنجم	تمرین محاسبات جمع و تفریق	شناسایی کارت‌ها	حل معادلات تفریق با کمک چینه و رسم شکل، حل مسائل تفاوت پیشرفته تلفیقی با اشکال هندسی
ششم	مرور فلش کارت‌ها	تشخیص کارت‌ها	مرور معادلات جمع و تفریق با کمک روش‌های انتزاعی، حل مسائل تفاوت تکمیلی
هفتم	تمرین فلش کارت‌های ضرب یک رقمی در یک رقمی	مرتب‌سازی کارت‌ها	مرور معادلات جمع و تفریق با کمک روش‌های انتزاعی، معرفی طرحواره تغییرات «مقدار جدید = تغییر مقدار اولیه»، معرفی کلمات کلیدی «افزایش یافته-کاهش یافته»
هشتم	تمرین فلش کارت‌های ضرب دو رقمی در دو رقمی و یک رقمی	تشخیص کارت‌ها	حل معادلات جمع و تفریق دارای مجهول، حل مسائل مربوط به طرحواره تغییرات و پیدا کردن یکی از بخش‌ها به عنوان مجهول
نهم	مرور فلش کارت‌های تقسیم دو رقمی در یک رقمی	مرتب‌سازی کارت‌ها	مرور و حل معادلات، حل مسائل مربوط به طرحواره تغییرات همراه با دو تغییر «مقدار جدید = تغییر دوم $\pm$ تغییر اول $\pm$ مقدار اولیه»
دهم	مرور فلش کارت‌های تقسیم دو رقمی در دو رقمی	تشخیص طرحواره‌ها	معرفی و مفهوم سازی تعداد دسته، اعضای دسته و عملکرد ضرب با کمک چینه، معرفی طرحواره گروه‌های برابر «حاصل ضرب = تعداد اعضای گروه $\times$ تعداد گروه» و معرفی کلمه کلیدی «هر»
یازدهم	بهبود و تسریع در افزایش سرعت پاسخ‌دهی	شناسایی کارت‌ها	حل معادلات ضرب با کمک چینه و شکل، و حل مسائل گروه‌های برابر با هدف پیدا کردن تعداد گروه
دوازدهم	مرور فلش کارت‌ها	تشخیص طرحواره‌ها	حل معادلات ضرب به صورت انتزاعی، و حل مسائل گروه‌های برابر با هدف پیدا کردن تعداد اعضای گروه‌ها
سیزدهم-هجدهم	جمع‌بندی و مرور فلش کارت‌های محاسباتی	شناسایی و مرور طرحواره‌ها	مرور معادلات جمع، تفریق و ضرب؛ مرور و حل مسائل ترکیبی مربوط به ۴ نوع طرحواره

۲-۲. روش تجزیه و تحلیل داده‌ها

در این پژوهش، متغیرها به صورت سطوح متغیر مستقل بین گروهی (آزمایش-کنترل)، سطوح متغیرهای مستقل درون گروهی (پیش‌آزمون، پس‌آزمون و پیگیری) و متغیرهای وابسته (درک مفهومی و دانش روبه‌ای) تعریف شدند؛ بنابراین، برای تحلیل داده‌ها از آزمون مانووا چندمتغیری اندازه‌گیری مکرر^۱ (تاباچنیک و فیدل^۲، ۲۰۱۹) در نرم افزار SPSS-26 استفاده شد.

۳. یافته‌های پژوهش

در سه مرحله (پیش‌آزمون، پس‌آزمون و پیگیری) نتایج پژوهش جمع‌آوری شد. آماره‌های توصیفی متغیرها در جدول ۲ گزارش شده است.

جدول ۲. میانگین و انحراف استاندارد متغیرها

متغیرها	گروه‌ها	آزمایش		کنترل	
		میانگین	انحراف استاندارد	میانگین	انحراف استاندارد
جمع	پیش‌آزمون	۶/۰۰	۰/۷۵	۵/۸۸	۰/۶۴
	پس‌آزمون	۹/۰۰	۰/۷۵	۶/۸۸	۰/۸۳
	پیگیری	۸/۵۰	۰/۷۵	۶/۵۰	۰/۵۳
تفریق	پیش‌آزمون	۴/۳۸	۰/۵۸	۴/۶۳	۰/۵۸
	پس‌آزمون	۸/۷۵	۰/۷۰	۵/۶۳	۰/۹۱
	پیگیری	۸/۵۰	۰/۵۳	۵/۶۲	۰/۵۱
ضرب	پیش‌آزمون	۳/۶۳	۰/۵۱	۳/۱۳	۰/۳۵
	پس‌آزمون	۶/۰۰	۰/۷۵	۴/۳۸	۰/۵۱
	پیگیری	۵/۵۰	۰/۷۵	۴/۲۵	۰/۴۶
تقسیم	پیش‌آزمون	۴/۳۸	۰/۵۱	۴/۳۸	۰/۵۱
	پس‌آزمون	۷/۰۰	۰/۷۵	۴/۷۵	۰/۷۰
	پیگیری	۷/۲۵	۰/۴۶	۵/۳۸	۰/۵۱
حل مسئله	پیش‌آزمون	۴/۳۸	۰/۵۱	۴/۳۸	۰/۵۱
	پس‌آزمون	۸/۳۸	۰/۵۱	۴/۸۸	۰/۵۴
	پیگیری	۷/۳۸	۰/۵۱	۵/۰۰	۰/۵۳

1. Repeated Measures Multivariate Analysis of Variance
2. Tabachnick & Fidell

برای بررسی پیش فرض نرمال بودن توزیع متغیرها، از آزمون شاپیرو-ویلک استفاده شد. همان طور که در جدول ۳ آمده است، مقادیر معناداری آزمون در بیشتر متغیرهای پژوهش در مراحل پیش آزمون و پس آزمون بزرگتر از سطح ۰/۰۵ بوده است؛ بنابراین، توزیع این متغیرها نرمال بود.

جدول ۳. نتایج آزمون شاپیرو ویلک

متغیرها	گروه‌ها	آماره		سطح معناداری	
		آزمایش	کنترل	آزمایش	کنترل
جمع	پیش آزمون	۰/۸۴	۰/۸۱	۰/۰۹۳	۰/۰۳۷
	پس آزمون	۰/۸۴	۰/۸۳	۰/۰۹۳	۰/۰۶۷
	پیگیری	۰/۷۲	۰/۶۶	۰/۰۰۴	۰/۰۰۷
تفریق	پیش آزمون	۰/۶۴	۰/۶۴	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱
	پس آزمون	۰/۸۲	۰/۹۰	۰/۰۵۶	۰/۳۲۴
	پیگیری	۰/۶۶	۰/۶۴	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱
ضرب	پیش آزمون	۰/۶۴	۰/۴۱	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱
	پس آزمون	۰/۸۴	۰/۶۴	۰/۰۹۳	۰/۰۰۱
	پیگیری	۰/۷۲	۰/۵۶	۰/۰۰۴	۰/۰۰۱
تقسیم	پیش آزمون	۰/۶۴	۰/۶۴	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱
	پس آزمون	۰/۸۴	۰/۸۲	۰/۰۹۳	۰/۰۵۶
	پیگیری	۰/۵۶	۰/۶۴	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱
حل مسئله	پیش آزمون	۰/۶۴	۰/۶۴	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱
	پس آزمون	۰/۶۴	۰/۸۱	۰/۰۰۱	۰/۰۳۷
	پیگیری	۰/۶۴	۰/۷۳	۰/۰۰۱	۰/۰۰۵

نتایج آزمون موچلی برای بررسی فرض کرویت در جدول ۴ ارائه شده است. همان طور که مشاهده می‌شود، در متغیرهای جمع، تفریق، ضرب و تقسیم، مقدار احتمال بزرگتر از ۰/۰۵ است؛ بنابراین فرض کرویت برقرار بود ($P > 0/05$). در مقابل، برای متغیر حل مسئله، مقدار احتمال کمتر از ۰/۰۵ بود؛ لذا از تعدیل هوین-فلت^۱ استفاده شد.

جدول ۴. آزمون کرویت موچلی

اثر درون گروهی	متغیر	موچلی W	خی دو	درجه آزادی	معناداری	اپسیلون b	
						گرین هاوس-گیسر	هویین-فلت
زمان	جمع	۰/۷۷	۳/۳۳	۲	۰/۱۸۹	۰/۸۱	۰/۹۷
	تفریق	۰/۹۹	۰/۰۶	۲	۰/۹۷۰	۰/۹۹	۱
	ضرب	۰/۸۶	۱/۸۷	۲	۰/۳۹۲	۰/۸۸	۱
	تقسیم	۰/۸۶	۱/۸۷	۲	۰/۳۹۲	۰/۸۸	۱
	حل مسئله	۰/۳۶	۱۲/۹۵	۲	۰/۰۰۲	۰/۶۱	۰/۶۹

پس از بررسی پیش فرض‌ها، آزمون چندمتغیری مضاعف اندازه‌گیری مکرر به منظور بررسی اثر گروه، زمان و تعامل گروه $\times$ زمان اجرا شد. نتایج (جدول ۵) نشان داد که اثر گروه، اثر زمان و تعامل معنادار بودند ($P < 0/01$). بنابراین، مداخله منجر به تغییر عملکرد گروه آزمایش شده است.

جدول ۵. تحلیل مانووا چند متغیری اندازه‌گیری مکرر متغیرهای جمع، تفریق، ضرب، تقسیم و حل مسئله

اثر	منبع	ارزش	آماره F	درجه آزادی فرضیه	درجه آزادی خطا	سطح معناداری	مجذور اتای تفکیکی
بین گروهی	گروه	۰/۹۵	۳۸/۰۲	۵	۱۰	۰/۰۰۱	۰/۹۵
درون گروهی	زمان	۰/۹۹	۵۱۷/۲۱	۱۰	۵	۰/۰۰۱	۰/۹۹
	زمان $\times$ گروه	۰/۹۹	۱۱۴/۸۶	۱۰	۵	۰/۰۰۱	۰/۹۹

از آنجا که اثرهای بین گروهی، درون گروهی و تعاملی معنادار بودند، برای پیگیری اثرها از آزمون‌های تک‌متغیری استفاده شد (جدول ۶). یافته‌ها نشان داد که در متغیرهای پژوهش اثر اصلی گروه، زمان و تعامل معنادار است. به این ترتیب، مداخله توانسته است عملکرد حل مسئله و نمرات متغیرهای جمع، تفریق، ضرب و تقسیم را بین گروه‌ها، در طول زمان (از پیش‌آزمون تا پیگیری) و تعامل آنها (بین گروه‌ها برحسب زمان) تغییر دهد. تغییر دهد. با توجه به اینکه نتایج آزمون در مورد اثر تعاملی گروه و زمان معنادار شد؛ بنابراین برای پیگیری اثر تعامل از آزمون‌های تک‌متغیری استفاده شد (جدول ۷).

جدول ۶. نتایج آزمون اندازه‌گیری مکرر تک‌متغیری برای اثر گروه، زمان و تعامل گروه و زمان

متغیرها	منابع تغییر	مجموع مجزورات	درجه آزادی	میانگین مجزورات	آماره F	سطح معناداری	اندازه اثر
جمع	گروه	۸/۰۲	۱	۸/۰۲	۲۳/۲۵	۰۰/۱۰	۶۲/۰
	زمان	۳۵/۳۷	۱/۹۴	۱۸/۱۶	۶۸/۳۱	۰۰/۱۰	۸۳/۰
	تعامل گروه و زمان	۱۰/۰۴	۱/۹۴	۵/۱۵	۱۹/۳۹	۰۰/۱۰	۵۸/۰
تفریق	گروه	۱۴/۶۹	۱	۱۴/۶۹	۱۲۵/۵۲	۰۰/۱۰	۹۰/۰
	زمان	۷۳/۶۲	۲	۳۶/۸۱	۸۵/۳۰	۰۰/۱۰	۸۵/۰
	تعامل گروه و زمان	۲۸/۲۹	۲	۱۴/۱۴	۳۲/۷۷	۰۰/۱۰	۷۰/۰
ضرب	گروه	۵/۰۶	۱	۵/۰۶	۲۱/۰۰	۰۰/۱۰	۶۰/۰
	زمان	۳۰/۰۴	۲/۰۰	۱۵/۰۲	۱۰۵/۱۴	۰/۰۰۱	۸۸/۰
	تعامل گروه و زمان	۲/۶۲	۲/۰۰	۱/۳۱	۹/۱۸	۰۰/۱۰	۳۹/۰
تقسیم	گروه	۷/۵۶	۱	۷/۵۶	۲۹/۸۹	۰۰/۱۰	۶۸/۰
	زمان	۳۳/۰۴	۲/۰۰	۱۶/۵۲	۱۱۵/۶۴	۰۰/۱۰	۸۹/۰
	تعامل گروه و زمان	۱۱/۶۲	۲/۰	۵/۸۱	۴۰/۶۸	۰۰/۱۰	۷۴/۰
حل مسئله	گروه	۱۵/۳۴	۱	۱۵/۳۴	۷۹/۲۹	۰۰/۱۰	۸۵/۰
	زمان	۲۵/۵۴	۱/۳۷	۱۸/۵۱	۸۴/۱۳	۰۰/۱۰	۸۵/۰
	تعامل گروه و زمان	۲۵/۵۴	۱/۳۷	۱۸/۵۱	۸۴/۱۳	۰۰/۱۰	۸۵/۰

جدول ۷. نتایج آزمون تک‌متغیری درون گروهی در زمان‌های مختلف

متغیرها	منابع تغییر	مجموع مجزورات	درجه آزادی	میانگین مجزورات	آماره F	سطح معناداری	اندازه اثر
جمع	اثر پیش‌آزمون	۰/۰۶۳	۱	۰/۰۶	۰/۱۲۷	۰/۷۲۷	۰/۰۰۹
	اثر پس‌آزمون	۱۸/۰۶	۱	۱۸/۰۶	۲۸/۴۹	۰/۰۰۱	۰/۶۷
	اثر پیگیری	۱۶/۰۰	۱	۱۶/۰۰	۳۷/۳۳	۰/۰۰۱	۰/۷۲
تفریق	اثر پیش‌آزمون	۰/۲۵	۱	۰/۲۵	۰/۹۳	۰/۳۵۰	۰/۰۶
	اثر پس‌آزمون	۳۹/۰۶	۱	۳۹/۰۶	۵۸/۳۳	۰/۰۰۱	۰/۸۰
	اثر پیگیری	۳۳/۰۶	۱	۳۳/۰۶	۱۱۹/۴۵	۰/۰۰۱	۰/۸۹
ضرب	اثر پیش‌آزمون	۱/۰۰	۱	۱/۰۰	۵/۰۹	۰/۰۴۱	۰/۲۶
	اثر پس‌آزمون	۱۰/۵۶	۱	۱۰/۵۶	۲۵/۱۷	۰/۰۰۱	۰/۶۴
	اثر پیگیری	۶/۲۵	۱	۶/۲۵	۱۵/۹۰	۰/۰۰۱	۰/۵۳
تقسیم	اثر پیش‌آزمون	۰/۰۰	۱	۰/۰۰	۰/۰۰	۱/۰۰۰	۰/۰۰
	اثر پس‌آزمون	۲۰/۲۵	۱	۲۰/۲۵	۳۷/۸۰	۰/۰۰۱	۰/۷۳
	اثر پیگیری	۱۴/۰۶	۱	۱۴/۰۶	۵۸/۳۳	۰/۰۰۱	۰/۸۰
حل مسئله	اثر پیش‌آزمون	۰/۰۰	۱	۰/۰۰	۰/۰۰	۱/۰۰۰	۰/۰۰
	اثر پس‌آزمون	۴۹	۱	۴۹/۰۰	۱۴۴/۴۲	۰/۰۰۱	۰/۹۱
	اثر پیگیری	۲۲/۵۶	۱	۲۲/۵۶	۸۱/۵۱	۰/۰۰۱	۰/۸۵

نتایج جدول ۷ بیانگر این است که در متغیرهای پژوهش به‌جز متغیر ضرب، در مرحله پیش‌آزمون، بین گروه آزمایش و کنترل تفاوت معنادار وجود ندارد؛ اما در مرحله پس‌آزمون این تفاوت معنادار است. در متغیر ضرب نیز تفاوت بین میانگین‌ها به دلیل اثر

مداخله معنادارتر شده است. برای بررسی معناداری تفاوت‌ها در زمان‌های مختلف بین گروه‌ها، از آزمون‌های پیگیری استفاده شد (جدول ۸). مقایسه تفاوت بین میانگین گروه آزمایش و کنترل در تمام متغیرها در مرحله‌ی پس‌آزمون و پیگیری معنادار بود. بنابراین، مداخله در گروه آزمایش اثربخش و تأثیرات آن در گذر زمان پایدار بوده است.

جدول ۸. مقایسه زوجی زمان و گروه در گروه‌های آزمایش و کنترل در متغیرهای پژوهش

متغیر	زمان	گروه (I)	گروه (J)	تفاوت میانگین (I-J)	خطای استاندارد	معناداری	۹۵٪ سطح معناداری برای تفاوت	کران پایین	کران بالا
جمع	پیش‌آزمون	آزمایش	کنترل	۰/۱۲	۰/۳۵	۰/۷۳۷	-۰/۶۲	-۰/۸۷	۰/۸۷
	پس‌آزمون	آزمایش	کنترل	۲/۱۲	۰/۳۹	۰/۰۰۱	۱/۲۷	۲/۹۷	۲/۹۷
	پیگیری	آزمایش	کنترل	۲/۰۰	۰/۳۲	۰/۰۰۱	۱/۲۹	۲/۷۰	۲/۷۰
تفریق	پیش‌آزمون	آزمایش	کنترل	-۰/۲۵	۰/۲۵	۰/۳۵۰	-۰/۸۰	-۰/۳۰	۰/۳۰
	پس‌آزمون	آزمایش	کنترل	۳/۱۲	۰/۴۰	۰/۰۰۱	۲/۲۴	۴/۰۰	۴/۰۰
	پیگیری	آزمایش	کنترل	۲/۸۷	۰/۲۶	۰/۰۰۱	۲/۳۱	۳/۴۳	۳/۴۳
ضرب	پیش‌آزمون	آزمایش	کنترل	۰/۵۰	۰/۲۲	۰/۰۴۱	۰/۰۲	۰/۹۷	۰/۹۷
	پس‌آزمون	آزمایش	کنترل	۱/۶۲	۰/۳۲	۰/۰۰۱	۰/۹۳	۲/۳۲	۲/۳۲
	پیگیری	آزمایش	کنترل	۱/۲۵	۰/۳۱	۰/۰۰۱	۰/۵۷	۱/۹۲	۱/۹۲
تقسیم	پیش‌آزمون	آزمایش	کنترل	۰/۰۰	۰/۲۵	۱/۰۰۰	-۰/۵۵	-۰/۵۵	۰/۵۵
	پس‌آزمون	آزمایش	کنترل	۲/۲۵	۰/۳۶	۰/۰۰۱	۱/۴۶	۳/۰۳	۳/۰۳
	پیگیری	آزمایش	کنترل	۱/۸۷	۰/۲۴	۰/۰۰۱	۱/۳۴	۲/۴۰	۲/۴۰
حل مسئله	پیش‌آزمون	آزمایش	کنترل	۰/۰۰	۰/۲۵	۱/۰۰۰	-۰/۵۵	-۰/۵۵	۰/۵۵
	پس‌آزمون	آزمایش	کنترل	۳/۵۰	۰/۲۹	۰/۰۰۱	۲/۸۷	۴/۱۲	۴/۱۲
	پیگیری	آزمایش	کنترل	۲/۳۷	۰/۳۲	۰/۰۰۱	۱/۸۱	۲/۹۳	۲/۹۳

۴. بحث و نتیجه‌گیری

نتایج پژوهش حاضر نشان داد که مداخله جستجوی معادله ریاضی به مثابه دزد دریایی تأثیر معناداری بر بهبود دانش رویه‌ای دانش‌آموزان با اختلال یادگیری ریاضی دارد. یافته‌های تجربی این پژوهش با نتایج مجموعه پژوهش‌های پاول و همکاران (۲۰۱۹الف؛ ۲۰۲۰الف؛ ۲۰۲۳) و امین‌آبادی و همکاران (۱۴۰۰) همسو است.

در تبیین این یافته می‌توان گفت که دانش رویه‌ای در عملیات ریاضی، مجموعه‌ای از مراحل و فرایندهای ریاضی است؛ و دانش‌آموزان با اختلالات ریاضی در طی این فرایندها با مشکلاتی همچون نقص در حافظه، عدم رعایت توالی مراحل، عدم درک مفهومی و نقص در توجه مواجه هستند (فوربرینگر و وبر، ۲۰۱۹). این مداخله مبتنی بر رویکرد پاسخ به مداخله، با ساختار مرحله‌ای و آموزش صریح، اطلاعات جدید را در قسمت‌های کوچک سازماندهی می‌کند؛ در نتیجه، دانش‌آموزان بعد از دریافت بازخوردهای مداخله‌گر و تسلط بر هر قسمت، مراحل را با خطای کمتر دنبال می‌کنند؛ و مطابق با نظریه پرداز اطلاعات، پردازش عددی و یادآوری مفاهیم تسهیل می‌یابد. از منظر دیگر، مطابق با نظریه بار شناختی، آموزش ساختاریافته طی مداخله، اضافه بار حافظه کاری را کاهش داده و فضای ذهنی بیشتری برای توجه و تمرکز اختصاص داده می‌شود؛ و فرایند بازیابی تسهیل می‌یابد.

علاوه بر این، استفاده از راهبردهای شمارشی و تمرین‌های مداوم در قالب فلش‌کارت‌ها در هر جلسه و ثبت امتیازها در نمودار، منجر به بازیابی روان حقایق ریاضی در محاسبات شده است. همچنین، مطابق با نظریه یادگیری خودتنظیمی، دانش‌آموزان به کمک نمودار بر روند پیشرفت خود نظارت دارند؛ در صورت نیاز، شدت فعالیت‌ها متناسب با سطح دانش‌آموزان تغییر می‌یابد و از راهبردهای جایگزین استفاده می‌شود. از منظر دیگر، طی این فعالیت، بر اثر مرور هدفمند و پیوسته، حقایق ریاضی به‌تدریج از حافظه کاری به حافظه بلندمدت منتقل می‌شوند و در مدت زمان پیگیری، در سطوح بالاتر شناختی تثبیت صورت می‌گیرد. در نتیجه دانش‌آموزان هنگام عملیات ریاضی به‌ویژه عملیات‌های پیچیده‌تر مثل ضرب دو رقمی در دو رقمی، سرعت و دقت بالاتری دارند.

همچنین، آموزش معادله با کمک رویکرد بازنمایی چندگانه در سطوح مجسم (چینه)، نیمه انتزاعی (رسم شکل) و انتزاعی (نمادها و معادلات) صورت می‌گیرد؛ که منجر به انسجام دانش رویه‌ای و درک مفهومی در حوزه عملگرهای ریاضی می‌شود. همچنین استفاده از این رویکرد هنگام تلفیق عملگرها و حل معادلات ریاضی، درک مفاهیم، یافتن مجهول و دنبال کردن الگوریتم‌ها را تسهیل می‌دهد. از منظر دیگر، مطابق با نظریه یادگیری فعال، یادگیری از طریق فعال توسط خود دانش‌آموز و با کمک ابزارها، مدل‌های تصویری و نمادها صورت می‌گیرد؛ که منجر به تثبیت آموخته‌ها می‌شود. بنابراین نتایج این پژوهش بیانگر این است که آموزش صریح و گام به گام، تمرین‌های مداوم مانند فلش‌کارت‌ها و معادلات، بازخوردهای اصلاحی، استراتژی‌های شمارشی و رویکرد بازنمایی چندگانه منجر به بهبود دانش رویه‌ای می‌شود.

یافته دیگر پژوهش حاضر بیانگر این است که مداخله جستجوی معادله ریاضی به مثابه دزد دریایی تاثیر معناداری بر بهبود درک مفهومی دانش‌آموزان با اختلال یادگیری ریاضی دارد. نتایج این پژوهش با یافته‌های پژوهش پاول و همکاران (۲۰۲۰ب)، لین و پاول (۲۰۲۳) و استیونز (۲۰۲۲) همسو است.

در تبیین این یافته می‌توان گفت که درک مفهومی، شبکه‌ای پیوسته از مفاهیم ریاضی است؛ و دانش‌آموزان هنگام حل مسائل کلامی، از این درک به عنوان ابزاری برای تفکیک اطلاعات اصلی، سازماندهی شرایط مسئله، تعیین راه‌حل و انتخاب عملگرهای ریاضی استفاده می‌کنند. در حالی که عواملی مانند کارکردهای اجرایی (حافظه کاری، بازداری، برنامه ریزی و...)، زبان و حافظه‌ی معنایی، درک مفهومی دانش‌آموزان با اختلال یادگیری را تحت تاثیر قرار می‌دهد. بنابراین، سازماندهی اطلاعات و نظارت دانش‌آموز بر مراحل حل مسئله گام مهمی در حوزه برنامه‌ریزی است. در این مداخله، به‌منظور پاسخ به این نیازهای اساسی و مطابق با نظریه آموزش طرحواره‌ای، دانش‌آموزان با کمک طرحواره‌های مختلف (کل، تفاوت، تغییرات و گروه‌های برابر) مفاهیم را سازماندهی و مراحل حل مسئله را شناسایی می‌کنند. از منظر دیگر، مطابق با نظریه انتقال یادگیری، طرحواره‌ها نقش مهمی در انتقال یادگیری از مسائل شناخته‌شده به مسائل جدید دارد؛ بنابراین، آموزش طرحواره‌ها عملکرد دانش‌آموز را در حل مسائل جدید بهبود می‌دهد. همچنین، آموزش پرسش شفاهی و حرکات دست در جریان شناسایی نوع طرحواره به دانش‌آموزان کمک می‌کند تا طرحواره را با دقت بیشتر شناسایی کنند. استفاده از سوالات شفاهی توسط مداخله‌گر به دانش‌آموز کمک می‌کند تا یافته‌های مسئله را به‌شکل کلامی انسجام بدهند؛ و استفاده از حرکات دست، مفهومی انتزاعی را تا حدودی برای دانش‌آموزان ملموس می‌کند. همچنین، به‌منظور تسهیل فرایند شناسایی طرحواره و بازیابی بهتر از آموزش کلمات کلیدی استفاده شده است؛ از منظر دیگر، کلمات کلیدی نقش مهمی در گسترش زبان و واژگان ریاضی دارند. بنابراین، آموزش طرحواره در قالب سوالات شفاهی، حرکات دست و کلمات کلیدی، گامی بسیار مهم در انسجام درک کلامی و مفاهیم ریاضی است. استفاده از کارت‌های گروه‌بندی، تمرینی مداوم و هدفمند در خصوص شناسایی نوع طرحواره است؛ و در صورت شناسایی اشتباه طرحواره، مداخله‌گر از دانش‌آموز می‌خواهد که بیشتر دقت کند.

علاوه بر این از پوسترها برای ارائه استراتژی‌های سازمان‌دهنده مانند طرحواره‌ها استفاده شده است. دانش‌آموزان علاوه بر یادگیری این روش‌ها، از پوسترها به عنوان ابزار سرنخ دیداری بهره می‌برند. پس از دریافت بازخورد، در صورت نیاز، دانش‌آموزان به‌طور مستقل به پوستر مراجعه و اشتباهات خود را اصلاح می‌کنند. بنابراین گسترش دانش زبانی ریاضی، آموزش استراتژی مراحل حل مسئله و طرحواره‌های ریاضی به بهبود درک مفهومی کمک می‌کند. به‌طور کلی در جریان این مداخله، استفاده از قالب داستانی و نقشه گنج، ثبت امتیاز در نمودار و دریافت سکه اقدامی موثر در خصوص بهبود خودنظارتی، حفظ انگیزه و ایجاد نشاط در دانش‌آموزان است؛ همچنین، این دانش‌آموزان، تجربه شکست‌های مکرر در حوزه ریاضیات دارند؛ و بعد از مدتی به درماندگی آموخته شده دچار می‌شوند. در حالی که طی مداخله، دانش‌آموز بعد از موفقیت در هر قسمت، سکه و امتیاز دریافت می‌کند. بنابراین، ارائه ریاضی در قالب داستانی دزدان دریایی و نقشه گنج، تجربه‌ای جذاب و ایمن‌بخش از یادگیری ایجاد می‌کند؛ و زمینه را برای شکل‌گیری هویت مثبت «من به عنوان یک ریاضی‌دان» در دانش‌آموزان فراهم می‌سازد (هوینکر، ۲۰۲۰).

در مجموع، نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که مداخله PMEQ می‌تواند یک ابزار کارآمد برای ارتقای دانش رویه‌ای و درک مفهومی در دانش‌آموزان با اختلال یادگیری ریاضی باشد؛ و ظرفیت استفاده در مدارس و مراکز اختلال یادگیری را دارد. این پژوهش

دارای چند محدودیت است که باید در تفسیر نتایج مورد نظر قرار گیرد. نخست آنکه مطالعه مقطعی بوده و دوره پیگیری تنها یک ماه پس از مداخله انجام شد؛ بنابراین یافته‌ها نشان‌دهنده اثرات کوتاه‌مدت هستند و پیشنهاد می‌شود در پژوهش‌های آینده اثر بلندمدت مداخله در بازه‌های زمانی طولانی‌تر بررسی شود. نمونه پژوهش شامل دانش‌آموزان پسر پایه چهارم شهر سمنان بود؛ بنابراین تعمیم نتایج به دانش‌آموزان دختر یا مناطق دیگر باید با احتیاط انجام شود. همچنین نمونه به‌صورت داوطلبانه انتخاب شد که ممکن است انگیزه شرکت‌کنندگان را از دانش‌آموزان عادی متمایز کند. حجم نمونه محدود بود؛ بنابراین پیشنهاد می‌شود پژوهش‌های بعدی با نمونه‌های بزرگ‌تر و در شهرهای مختلف انجام شود. از آنجا که در این مطالعه نسخه پایه سوم مداخله PQMEQ اجرا شد، بررسی کاربرد این مداخله در پایه‌های دیگر ابتدایی توصیه می‌شود. افزون بر این، پیشنهاد می‌شود متغیرهای شناختی مرتبط با عملکرد ریاضی همچون حافظه کاری و کارکردهای اجرایی نیز در مطالعات آینده بررسی شوند تا سازوکار اثرگذاری مداخله روشن‌تر شود.

تشکر و قدردانی

با تشکر از همکاری معلمان، والدین و دانش‌آموزان مدارس ابتدایی پسرانه ابن‌سینا و صادقیه و همچنین مسئولان آموزش و پرورش شهر سمنان در سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ که در اجرای این پژوهش ما را یاری کردند.

تعارض منافع

بنابر اظهار نویسندگان این مقاله تعارض منافع ندارد.

منابع

- بیرامی، مجتبی، کدیور، پروین، و عربزاده، مهدی (۱۴۰۳). رابطه بین کارکردهای اجرایی و سیستم‌های مغزی-رفتاری با اضطراب ریاضی: نقش میانجی‌گر استحکام روانی. نشریه راهبردهای شناختی در یادگیری، ۱۲(۲۲)، ۱۸۷-۲۰۴.
<https://doi.org/10.22084/J.PSYCHOLOGY.2024.28507.2637>
- عطادخت، اکبر، نریمانی، محمد، حضرتی ساقصلو، شیوا، و مجدی، هادی (۱۳۹۷). مقایسه توانایی برنامه‌ریزی-سازماندهی و انعطاف‌پذیری شناختی در دانش‌آموزان با و بدون اختلال یادگیری خاص. راهبردهای شناختی در یادگیری، ۶(۱۰)، ۱-۱۵.
<https://doi.org/10.22084/J.PSYCHOLOGY.2017.11519.1427>
- علیپور، احمد، شقاقی، فرهاد، احمدی‌ازغندی، علی، نوفرستی، اعظم، و حسینی، علی. (۱۳۹۱). شیوع اختلال یادگیری ریاضی در دوره ابتدایی. روان‌شناسی تحولی: روان‌شناسان ایرانی، ۸(۳۲)، ۳۵۳-۳۴۳.
- امین‌آبادی، زهرا، علیزاده، حمید، و احمدی قوچان عتیق، سهیلا (۱۴۰۰). اثربخشی برنامه آموزشی مبتنی بر پاسخ به مداخله در عملکرد ریاضی دانش‌آموزان پایه سوم ابتدایی. فصلنامه کودکان استثنایی، ۲۱(۲)، ۱۳۴-۱۲۳.
<http://joec.ir/article-1-1356-fa.html>
- بختیاری، جلال، دادگر، هوشنگ، خاتون‌آبادی، سید احمدرضا، و قربانی، راهب (۱۳۹۱). بررسی مهارت تمییز شنیداری کودکان عادی فارسی‌زبان ۴-۶ ساله. توانبخشی نوین، ۶(۲)، ۴۱-۳۷.
- کریمی، ابوالفضل، کریمی، رعنا، و علیپور، علی (۱۳۹۹). بررسی ویژگی‌های روان‌سنجی مقیاس هوشی و کسلر کودکان ویرایش پنجم. فصلنامه اندازه‌گیری تربیتی، ۱۱(۴۱)، ۹۷-۱۲۵.
<https://doi.org/10.22054/jem.2021.51727.2036>
- کرد نوقابی، رسول، و درتاج، فریبرز (۱۳۸۸). هنجاریابی، روایی و پایایی آزمون رشد ادراک دیداری فراستگ در بین دانش‌آموزان پایه‌های اول و دوم دوره ابتدایی شهر تهران. فصلنامه روان‌شناسی کاربردی، ۱(۳)، ۲۶۸-۲۵۳.
[DOR: 20.1001.1.20084331.1386.2.2.2.4](https://doi.org/10.22084/J.PSYCHOLOGY.2024.28507.2637)
- محمداسماعیل، الهه، و حیدرعلی، هومن (۱۳۸۱). انطباق و هنجاریابی آزمون ریاضیات ایران کی‌مت. فصلنامه کودکان استثنایی، ۲(۴)، ۳۳۳-۳۲۳.
- نریمانی، محمد، و رجبی، سوران (۱۳۸۴). بررسی شیوع و علل اختلالات یادگیری در دانش‌آموزان دوره ابتدایی استان اردبیل. فصلنامه کودکان استثنایی، ۵(۳)، ۳۴۸-۳۲۳.
- شیری امین‌لو، مرضیه، شریفی درآمدی، پرویز، و خلعتبری، جواد (۱۴۰۲). روایی تشخیصی نسخه پنجم مقیاس‌های هوشی و کسلر کودکان در دانش‌آموزان با ناتوانی یادگیری. فصلنامه اندازه‌گیری تربیتی، ۱۴(۵۴)، ۸۰-۱۰۴.
<https://doi.org/10.22054/jem.2024.71777.3427>
- طالع پسند، سیاوش، حنیفی واحد، ملیسا، و مرادی، شهاب (۱۴۰۴). خوشه‌بندی خرده‌انواع شناختی اختلال‌های ریاضی در دانش‌آموزان مدارس ابتدایی. مجله علوم روان‌شناختی، ۲۴(۱۵۰)، ۱۸۵-۲۰۸.

- توکلی‌زاده، جهانشیر، بوالهری، جعفر، مهریار، امیرهوشنگ، و دژکام، محمود (۱۳۸۱). همه‌گیرشناسی اختلال‌های رفتاری ایدایی و کمبود توجه در دانش‌آموزان دبستانی شهر گناباد. *مجله روانپزشکی و روانشناسی بالینی ایران*، ۲(۴)، ۳۳۲-۳۳۳.
- زراعتی ایده‌لو، رقیه، ضرغام حاجبی، مجید، و کامکاری، کامبیز (۱۳۹۹). مقایسه‌ی اثربخشی سطح سوم پاسخ به مداخله و توانمندسازی شناختی بر عملکرد ریاضی دانش‌آموزان با اختلال ریاضی. *ناتوانی‌های یادگیری*، ۹(۳)، ۷۷-۱۰۶.
- <https://doi.org/10.22098/jld.2020.922>
- American Psychiatric Association. (2022). *Diagnostic and statistical manual of mental disorders (5th-TR)*. American Psychiatric Association.
- Bountress, N. G. (1984). A second look at tests of speech-sound discrimination. *Journal of Communication Disorders*, 17(5), 349-359. [https://doi.org/10.1016/0021-9924\(84\)90036-4](https://doi.org/10.1016/0021-9924(84)90036-4)
- Braithwaite, D. A., & Lee, J. (2021). Conceptual knowledge, procedural knowledge, and metacognition in routine and nonroutine problem solving. *Cognitive Science*, 45(2), 123-140. <https://doi.org/10.1111/cogs.13048>
- Canivez, G. L., McGill, R. J., Dombrowski, S. C., Watkins, M. W., Pritchard, A. E., & Jacobson, L. A. (2018). Construct validity of the WISC-V in clinical cases: Exploratory and confirmatory factor analyses of the 10 primary subtests. *Assessment*, 27(2), 274-296. <https://doi.org/10.1177/1073191118811609>
- Connolly, A. J. (1988). *KeyMath Diagnostic Arithmetic Test-Revised (KeyMath-R)*. Circle Pines, MN: American Guidance Service.
- Cook, S. C., Collins, L. W., Morin, L. L., & Riccomini, P. J. (2019). Schema-Based Instruction for Mathematical Word Problem Solving: An Evidence-Based Review for Students With Learning Disabilities. *Learning Disability Quarterly*, 43(2), 75-87. <https://doi.org/10.1177/0731948718823080>
- Costley, J., Gorbunova, A., Courtney, M., Chen, O., & Lange, C. (2024). Problem-solving support and instructional sequence: Impact on cognitive load and student performance. *European Journal of Psychology of Education*, 39(3), 1817-1840. <https://doi.org/10.1007/s10212-023-00757-7>
- Chairwut, S., Srikoon, S., Siritaratiwat, A., & Kwangmuang, P. (2025). Enhancing executive mathematics problem-solving through a constructivist digital learning platform: Design, development and evaluation. *Social Sciences & Humanities Open*, 11, 101338. <https://doi.org/10.1016/j.ssaho.2025.101338>
- Dorner, C., Ableitinger, C., & Krammer, G. (2024). Revealing the nature of mathematical procedural knowledge by analysing students' deficiencies and errors. *Educational Psychology Review*, 45(3), 234-250. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2024.2445666>
- Forbringer, L., & Weber, W. (2021). *RtI in Math*. Routledge.
- Fritz, A., Haase, V. G., & Räisänen, P. (2019). *International Handbook of Mathematical Learning Difficulties: From the Laboratory to the Classroom*. Cham: Springer International Publishing.
- Frostig, M. (1963). *Developmental Test of Visual Perception*. Consulting Psychologists Press.
- Fuchs, L. S., Bucka, N., Clarke, B., Dougherty, B., Jordan, N. C., Karp, K. S., ... & Morgan, S. (2021). *Assisting students struggling with mathematics: Intervention in the elementary grades*. Educator's practice guide (WWC 2021006). What Works Clearinghouse.
- Furlong, M., McLoughlin, F., McGilloway, S., & Geary, D. (2016). Interventions to improve mathematical performance for children with mathematical learning difficulties (MLD). *Cochrane Database of Systematic Reviews*, 2016(4), CD012130. <https://doi.org/10.1002/14651858.CD012130>
- Gadow, K., & Sprafkin, J. (1994). *CSI-4: Child Symptom Inventory-4 Manual*. Checkmate.
- Goos, M., & Kaya, S. (2019). Understanding and promoting students' mathematical thinking: a review of research published in ESM. *Educational Studies in Mathematics*, 103(1), 7-25. <https://doi.org/10.1007/s10649-019-09921-7>
- Huinker, D. (2020). *Catalyzing change in early childhood and elementary mathematics*. Arlington: Nsta Press.
- Ineson, G., & Povey, H. (2020). *Debates In Mathematics Education*. Routledge.

- Kim, J. S., & Burkhauser, M. A. (2022). Teaching for transfer can help young children read for understanding. *Phi Delta Kappan*, 103(8), 20-24. <https://doi.org/10.1177/00317217221106110>
- Kovaleski, J. F., VanDerHeyden, A. M., Runge, T. J., Zirkel, P. A., & Shapiro, E. S. (2022). *The RTI Approach to Evaluating Learning Disabilities*. Guilford Publications.
- Koponen, T., Aro, M., Poikkeus, A.-M., Niemi, P., Lerkkanen, M.-K., Ahonen, T., & Nurmi, J.-E. (2018). Comorbid Fluency Difficulties in Reading and Math: Longitudinal Stability Across Early Grades. *Exceptional Children*, 84(3), 298-311. <https://doi.org/10.1177/0014402918756269>
- Li, L. (2023). *Math Outside the Classroom*. Cambridge Scholars Publishing.
- Lin, X., & Powell, S. R. (2023). Exploring academic and cognitive skills impacting retention and acquisition of word-problem knowledge gained during or after intervention. *Child Development*, 94(6), e362-e376. <https://doi.org/10.1111/cdev.13970>
- Mason, E. N., Benz, S. A., Lembke, E. S., Burns, M. K., & Powell, S. R. (2019). From professional development to implementation: A district's experience implementing mathematics tiered systems of support. *Learning Disabilities Research & Practice*, 34(4), 207-214. <https://doi.org/10.1111/ldrp.12206>
- Nelson, G., & Powell, S. R. (2018). A systematic review of longitudinal studies of mathematics difficulty. *Journal of Learning Disabilities*, 51(6), 523-539. <https://doi.org/10.1177/0022219417714773>
- Nelson, G., Crawford, A., Hunt, J., Park, S., Leckie, E., Duarte, A., ... & Zarate, K. (2022). A systematic review of research syntheses on students with mathematics learning disabilities and difficulties. *Learning Disabilities Research & Practice*, 37(1), 18-36. <https://doi.org/10.1111/ldrp.12272>
- Peltier, C., VanDerHeyden, A. M., & Hott, B. L. (2022). Strategies to help students solve addition and subtraction word problems. *Beyond Behavior*, 31(1), 29-41. <https://doi.org/10.1177/10742956211072260>
- Prediger, S., Dröse, J., Stahnke, R., & Ademmer, C. (2022). Teacher expertise for fostering at-risk students' understanding of basic concepts: conceptual model and evidence for growth. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 26(4), 481-508. <https://doi.org/10.1007/s10857-022-09538-3>
- Powell, S. R., Akther, S., Na Young Yoon, Berry, K. A., Nemcek, C., Fall, A.-M., & Roberts, G. (2023). The Effect of Addition and Subtraction Practice within a Word-Problem Intervention on Addition and Subtraction Outcomes. *Learning Disabilities Research and Practice*, 38(3), 182-198. <https://doi.org/10.1111/ldrp.12319>
- Powell, S. R., Benz, S. A., Mason, E. N., & Lembke, E. S. (2022a). How to structure and intensify mathematics intervention. *Beyond Behavior*, 31(1), 5-15. <https://doi.org/10.1177/10742956211072267>
- Powell, S. R., Berry, K. A., & Benz, S. A. (2020a). Analyzing the word-problem performance and strategies of students experiencing mathematics difficulty. *The Journal of Mathematical Behavior*, 58, 100759. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2020.100759>
- Powell, S. R., Namkung, J. M., & Lin, X. (2022b). An investigation of using keywords to solve word problems. *The Elementary School Journal*, 122(3), 452-473. <https://doi.org/10.1086/717888>
- Powell, S. R., Berry, K. A., Fall, A.-M., Roberts, G., Fuchs, L. S., & Barnes, M. A. (2020b). Alternative paths to improved word-problem performance: An advantage for embedding prealgebraic reasoning instruction within word-problem intervention. *Journal of Educational Psychology*, 113(5), 898-910. <https://doi.org/10.1037/edu0000513>
- Powell, S. R., & Berry, K. A. (2019). *Pirate Math Equation Quest [Teacher materials]*. <https://www.piratemathequationquest.com/docs/PMEQ-3A-Teacher-Materials.pdf>
- Powell, S. R., Berry, K. A., & Barnes, M. A. (2019a). The role of pre-algebraic reasoning within a word-problem intervention for third-grade students with mathematics difficulty. *ZDM*, 52(1), 151-163. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01093-1>

- Powell, S. R., Stevens, E. A., & Berry, K. A. (2019b). Effects of a Word-Problem Intervention on Word-Problem Language Features for Third-Grade Students with Mathematics Difficulty. *Learning Disabilities: A Multidisciplinary Journal*, 24(2), 1-14. <https://doi.org/10.18666/ldmj-2019-v24-i2-9835>
- Powell, S. R., Forsyth, S. R., & Driver, M. K. (2021). Improving conceptual understanding and procedural fluency with number combinations and computation. In D. P. Bryant (Ed.), *Intensifying mathematics interventions for struggling students* (pp. 98–120). Guilford Publications.
- Reynolds, W. M., & Rubin, M. (1987). *National standardization of the Auditory Discrimination Test: Normative and reliability results*. *Archives of Clinical Neuropsychology*, 2(1), 67-79. [https://doi.org/10.1016/0887-6177\(87\)90034-5](https://doi.org/10.1016/0887-6177(87)90034-5)
- Sprafkin, J., Gadow, K. D., Salisbury, H., Schneider, J., & Loney, J. (2002). Further evidence of reliability and validity of the Child Symptom Inventory-4: Parent checklist in clinically referred boys. *Journal of Clinical Child & Adolescent Psychology*, 31(4), 513-524. https://doi.org/10.1207/S15374424JCCP3104_10
- Stevens, E. A., Leroux, A. J., Mowbray, M. H., & Lee, G. S. (2022). Evaluating the Effects of Adding Explicit Vocabulary Instruction to a Word-Problem Schema Intervention. *Exceptional Children*, 89(3), 275-293. <https://doi.org/10.1177/00144029221112290>
- Nur, M. I., Sa'dijah, C., Irawati, S., & Subanji. (2024). Student's thinking process in solving proportions based on information processing theory. *Pegem Journal of Education and Instruction*, 14(2), 205-215. <https://doi.org/10.47750/pegegog.14.02.25>
- Tabachnick, B. G., & Fidell, L. S. (2019). *Using multivariate statistics* (7th ed.). Boston Pearson.
- Vosniadou, S., Bodner, E., Stephenson, H., Jeffries, D., Lawson, M. J., Darmawan, I. N., ... & Dignath, C. (2024). The promotion of self-regulated learning in the classroom: A theoretical framework and an observation study. *Metacognition and Learning*, 19(1), 381-419. <https://doi.org/10.1007/s11409-023-09329-4>
- Watkins, M. W., Canivez, G. L., Dombrowski, S. C., McGill, R. J., Pritchard, A. E., Holingue, C. B., & Jacobson, L. A. (2022). Long-term stability of Wechsler Intelligence Scale for Children–Fifth Edition scores in a clinical sample. *Applied Neuropsychology: Child*, 11(3), 422-428. <https://doi.org/10.1080/21622965.2021.1875827>
- Wechsler, D. (2014). *Wechsler Intelligence Scale for Children–Fifth Edition (WISC-V) technical and interpretive manual*. Pearson.
- Wepman, D. (1987). *Wepman Auditory Discrimination Test*, The Psychological Corporation.